

به نام خدای مهربان
 امتحان جامع اول - دوره‌ی تحصیلات عالی نجوم
 دوشنبه ۱۱ تیرماه ۱۳۸۶
 رده سنی ۱۵ تا ۱۷ سال
 مدت زمان امتحان ۳ ساعت می‌باشد

۱) دو سیاره‌ی زمین و مریخ را در نظر بگیرید. مطابق نظریه خورشید مرکزی که توسط کوپرنیک مطرح شد، سیارات زمین و مریخ به صورت یکتواخت اما با سرعت‌های متفاوت در مدارهای پادساعتگرد دایره‌ای با شعاع متفاوت به دور خورشید که در مرکز این دایره قرار دارد می‌چرخند. مطابق نظریه‌ی زمین مرکزی هیپارخوس و بطلمیوس، مریخ با سرعت یکتواخت و پادساعتگرد در راستای دایره‌ای کوچک‌تر به نام فلک تدویر می‌گردد که مرکز آن با سرعت ثابت و پاد ساعتگرد در راستای دایره‌ای بزرگ‌تر به مرکزیت زمین به نام فلک حامل در گردش است.

در نظریه خورشید مرکزی شعاع مدار مریخ را ۱.۵۹ واحد نجومی و دوره تناوب نجومی زمین و مریخ را به ترتیب ۱ و ۲ سال در نظر بگیرید. در نظریه‌ی زمین مرکزی، دوره تناوب نجومی حرکت مریخ در فلک تدویر را برابر یک سال و دوره‌ی تناوب نجومی مرکز فلک تدویر بر روی فلک حامل را برابر دو سال و همچنین شعاع فلک تدویر را برابر یک واحد نجومی و شعاع فلک حامل را برابر ۱.۵۹ واحد نجومی در نظر بگیرید. فاصله بین دو سیاره R و زاویه‌ی بین امتداد نقطه اعتدال بهاری و خطی که وصل دو سیاره با طول سماوی مریخ α ، را در هر یک از دو نظریه‌ی الف و ب محاسبه کنید و نشان دهید که هر دو نظریه در تشریح حرکت مریخ هم ارز هستند.

۲) برای تعیین قدر مطلق یک جسم سماوی با بخت ± 0.2 قدر، محدوده‌ی خطای نسبی زاویه‌ی اختلاف منظر چقدر باید باشد؟

۳) نشان دهید که اگر با خط راستی که از خورشید می‌گذرد مدار یک سیاره با خروج از مرکز $e \neq 0$ را به دو قسمت تقسیم کنیم، انرژی حرارتی که سیاره در هنگام عبور از هر یک از این دو قسمت دریافت می‌کند یکسان است.

۴) مدار دایره‌ای ماهواره‌ی دو ساعت ۱۰ شب روز ۱۱ تیرماه امسال از دید نظری با مختصات جغرافیایی $\varphi = 36^\circ N$ ، $l = 50^\circ E$ از دو نقطه A و B با سمت و ارتفاع $A_A = 170^\circ 30'$ ، $\alpha_A = 35^\circ 30'$ و $A_B = 70^\circ 30'$ ، $\alpha_B = 45^\circ 30'$ می‌گذرد. با صرف نظر از دوران زمین در دوره تناوب ماهواره، نزدیکترین فاصله‌ی زاویه‌ای مسیر این ماهواره تا نقطه‌ای با مختصات سماوی $RA_\gamma = 18^\circ 30'$ ، $\delta_\gamma = 5^\circ 30'$ را محاسبه کنید.

۵) با استفاده از یک دوربین با فاصله کانونی ۱۰ سانتی‌متر و قطر ۲ سانتی‌متر می‌توان به راحتی در روز اول زمستان در شهری با عرض جغرافیایی $60^\circ N$ یک تکه کاغذ با ضریب بازتاب ۰.۶ را در مدت زمان ۲ ثانیه سوراخ کرد. اگر بخواهیم همین کار را در شهری با عرض جغرافیایی $30^\circ N$ با یک تلسکوپ با فاصله کانونی ۳۸۰ سانتی‌متر و با استفاده از نوری که از ستاره شباهنگ به ما می‌رسد تکرار کنیم، قطر دهانه‌ی تلسکوپ چقدر باید باشد؟

دمای سطحی خورشید را برابر $T_{\odot} = 5770K$ و شعاع آن را $R_{\odot} = 6.96 \times 10^8 m$ در نظر بگیرید. دمای سطحی شباهنگ $T_{sh} = 8850K$ ، شعاع آن $R_{sh} = 2.4R_{\odot}$ ، قدر ظاهری $m_{sh} = -1.47$ و قدر مطلق $M_{sh} = 1.42$ ، $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} Wm^2 K^{-2}$ از حضور جو زمین صرف نظر کنید.

امتحان جامع دوم

۱) یک سفینه اکتشافی که برای یافتن سیارات شبیه زمین به فاصله‌ی بسیار دوری از منظومه شمسی سفر کرده است به سیاره‌ای فرا خورشیدی می‌رسد و در مدار ی دایره‌ای به دور سیاره می‌گردد. ابزارهای موجود در سفینه نشان می‌دهند که سیاره چگالی آن 5 گرم در سانتی‌متر مکعب است. فضانوردان برای بررسی بیشتر تصمیم می‌گیرند یک نفر را به سطح سیاره بفرستند. فضانوردی که به سطح سیاره می‌رود در هنگام فرود به سطح سیاره محکم برخورد می‌کند به طوری که ارتباط رادیویی اش با سفینه قطع می‌شود. اگر این فضانورد فقط برای حدود یک ساعت ذخیره اکسیژن داشته باشد، آیا فضانوردان ساکن در سفینه می‌توانند به موقع برای او کمک بفرستند.

۲) ذره‌ای به جرم m و درخشندگی مطلق L روی مسیری که با رابطه‌ی $r = r_0 e^{\theta}$ معین می‌شود حول مرکز نیرویی که در مبدأ مختصات قرار دارد حرکت می‌کند. r و θ مختصات قطبی هستند و $0 \leq \theta < \infty$. الف) مسیر حرکت ذره را به طور کیفی رسم کنید.

ب) فرض کنید نیروی وارد بر ذره طوری باشد که ذره با سرعت ثابت u حرکت کند. تغییرات زمانی قدر اندازه‌گیری شده توسط ناظری در مبدأ (dm/dt) را به صورت تابعی از θ (مثل $f(\theta)$) به دست آورید. ج) این بار فرض کنید نیروی وارد بر ذره به گونه‌ای باشد که θ با زمان به صورت $\theta = 0.5 \ln(\gamma t + \alpha)$ تغییر کند؛ α و γ مقادیری ثابت هستند. آیا اندازه حرکت زاویه‌ای ذره نسبت به مرکز نیرو ثابت است؟ مقدار آن را محاسبه کنید.

۳) رصدگران منظومه‌ای دوتایی را یافته‌اند که اشعه‌ی X تابش می‌کند و از یک ستاره‌ی نوترونی و یک ستاره‌ی رشته‌ی اصلی با جرم $3M_{sun}$ تشکیل شده است. تحلیل مداری این منظومه‌ی دوتایی نشان می‌دهد که منظومه بر اثر ضربه‌ای سهمگین ناشی از انفجار ابرنواختری مولفه‌ی اصلی آن، از مکان اولیه‌ی خود پرتاب شده و در پتانسیل گرانشی کهکشان در حال حرکت است. علاوه بر این، بررسی‌ها نشان می‌دهند که منظومه‌ی دوتایی اولیه، به صورت یک منظومه‌ی دوتایی نیمه‌جدا بوده که قبل از انفجار ابرنواختری، مواد ستاره‌ای از ستاره‌ی اصلی با جرم $1.5M_{sun}$ به مولفه‌ی دوم انتقال یافته و باعث شده که مولفه‌ی اصلی 60% از جرم خود را بر اثر این انتقال از دست بدهد.

این سوال حذف شد

الف) سرعت اولیه‌ی منظومه که در اثر ضربه‌ی انفجار ابرنواختری در مدار فعلی قرار گرفته است چقدر است؟ (این سرعت، به سرعت ضربه معروف است.)

ب) احتمال وجود مولکول بخار آب در کدام‌یک از مولفه‌های منظومه‌ی دوتایی اشعه‌ی X بیشتر است؟ چرا؟

ج) چگونه می‌توان فشار را در لایه‌ی زیرین سطح و همچنین در منطقه‌ی جوی مولفه‌ی غول قرمز اندازه‌گیری کرد؟

د) اطلاعات طبقی به دست آمده از این منظومه دوتایی اشعه‌ی X نشان می‌دهد که حداکثر فاصله‌ی طول موجی آبی‌گرایی و قرمزگرایی خط جذبی K مربوط به $Call$ (۳۹۳۳.۷ آنگستروم) مربوط به ستاره‌ی نوترونی برابر ۱.۰۴۸ آنگستروم و میزان تابع جرمی اندازه‌گیری شده برای این منظومه دوتایی اشعه‌ی X ، ۲.۸×۱۰^{۲۹} کیلوگرم می‌باشد. دوره‌ی تناوب منظومه و جرم ستاره‌ی نوترونی را در حالتی که زاویه‌ی تعادل مداری ۹۰ درجه است به دست آورید.

→ 2.58 بسی

توضیح: دوتایی اشعه‌ی X ، یک سیستم دوتایی است که در هنگام تحول، مولفه‌ی دوم منظومه از رشته‌ی اصلی به غول قرمز، شروع به تابش در ناحیه‌ی اشعه‌ی X می‌کند و این تابش در تمام مدت طول عمر غول قرمز ادامه دارد. (طول عمر غول قرمز یک دهم طول عمر رشته‌ی اصلی آن ستاره است.)

۴) فاصله زمانی بین مقابله و مقارنه برای یک سیاره چقدر باشد تا اختلاف قدر آن در هنگام مقابله و مقارنه ۱ قدر شود.

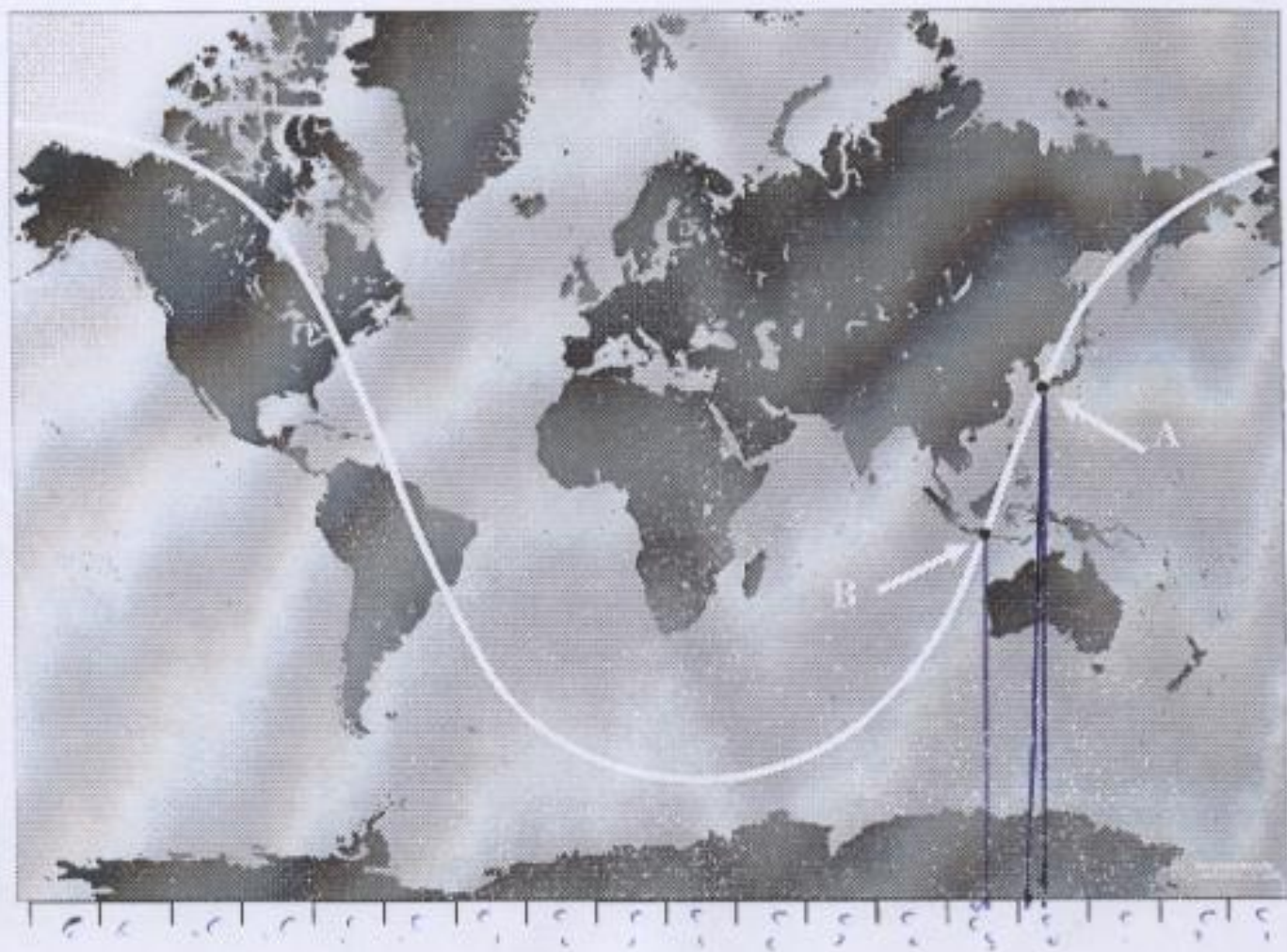
۵) در شکل صفحه بعد ناظر A در ساعت هشت و نیم شب ۲۵ فروردین، ماهواره‌ای را در سرعت الراس خود مشاهده می‌کند. ۲۵ دقیقه بعد، ناظر B به ناظر A گزارش می‌کند که در حال مشاهده‌ی ماهواره در سمت الراس خود است. اگر خط سبید نشان داده شده در نقشه، تصویر مسیر حرکت ماهواره باشد، فاصله‌ی ماهواره را در ساعت $۸:۳۰$ شب ۲۵ فروردین ماه از ناظر A به دست آورید. از دوران زمین در این مدت صرف نظر کنید.

عرض جغرافیایی ناظر A برابر ۳۴ درجه و عرض جغرافیایی ناظر B برابر ۷ درجه است.

۶) فرض کنید همه‌ی ستاره‌ها قدر مطلق یکسان داشته باشند و به طور یکنواخت در فضا توزیع شده باشند. اگر

$N(m)$ تعداد ستاره‌های با قدر بیشتر از m باشد، نسبت $N(m+1)$ به $N(m)$ را حساب کنید.

(تفسیر: سیلندر) کمتر



به نام خدای مهربان

وزارت آموزش و پرورش

باشگاه دانش‌پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان: زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌ها است

«امام خمینی (ره)»

امتحان نهایی اردوی تابستانه‌ی سومین المپیاد نجوم کشور

۲۸ تیر ۱۳۸۶

ویژه گروه سنی زیر ۱۷ سال

مدت آزمون: ۴ ساعت (۱۳:۰۰ - ۹:۰۰)

تذکرها:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌آموز گرامی، خواهشمندیم به موارد زیر دقیقاً توجه فرمایید:

(۱) لطفاً نام و نام خانوادگی خود را روی همه‌ی برگه‌ها بنویسید. توجه کنید که برگه‌ها از هم جدا می‌شوند.

(۲) این آزمون ۵ مسئله دارد و وقت آن ۴ ساعت است.

(۳) استفاده از ماشین حساب مهندسی که قابل برنامه‌ریزی نباشد، مجاز است.

(۴) استفاده از جدول‌های نجومی، تقویم‌های نجومی، اطلس‌ها و آلماناک‌ها، به هر شکل که باشند مجاز نیست.

(ح) کلیه‌ی حقوق این سؤال‌ها برای باشگاه دانش‌پژوهان جوان محفوظ است.

۱۷ ✓ در شکل (۱) یک ساعت آفتابی آنالوماتیک را مشاهده می کنید که شاخص آن فردی است که در نقطه‌ای روی نیم‌محور کوچک بیضی ایستاده است. نیم‌محور بزرگ بیضی به طول M در راستای شرق-غرب و نیم‌محور کوچک آن به طول $M \sin \phi$ در راستای جنوب-شمال رسم شده است. ϕ عرض جغرافیایی مکانی است که ساعت در آن قرار دارد.

در اعتدالین، ناظر برای اندازه‌گیری زمان در مرکز بیضی (نقطه‌ی O) می‌ایستد و سایه‌ی خود را در راستای ساعت مشخص شده در بیضی می‌بیند. در بقیه‌ی ایام سال می‌بایستی در نقطه‌ای واقع بر محور کوچک بیضی (NS) و با فاصله‌ی z از نقطه‌ی O بایستد.

۱۸ ✓ ثابت کنید زاویه‌ای که خط واصل مرکز بیضی و نقطه‌ی نشان‌دهنده‌ی ساعت با امتداد شمال می‌سازد (γ) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$\tan \gamma = \frac{\tan 15h}{\sin \phi}$$

که در آن h فاصله‌ی زاویه‌ی خورشید با خط استوا ناظر است؛ به طور مثال برای ساعت ۹ صبح، h برابر ۲ ساعت است. زاویه‌ی ساعتی خورشید.

۱۹ ✓ ثابت کنید فاصله‌ی شاخص نا مرکز بیضی (z) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید که در آن δ میل خورشید در آن روز مشخص از سال است.

$$z = M \tan \delta \cos \phi$$

۲۰ ✓ (ج) زمانی که این ساعت اندازه‌گیری می‌کند، چه نوع زمانی است؟

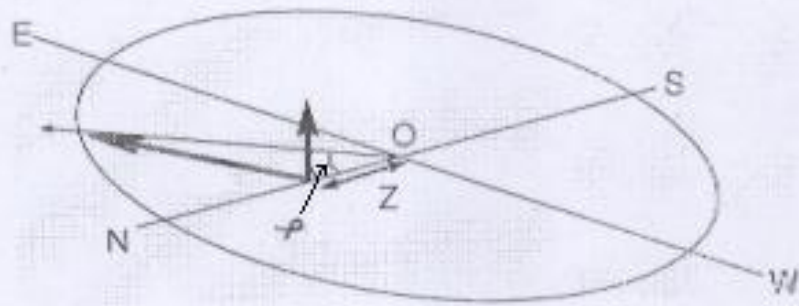
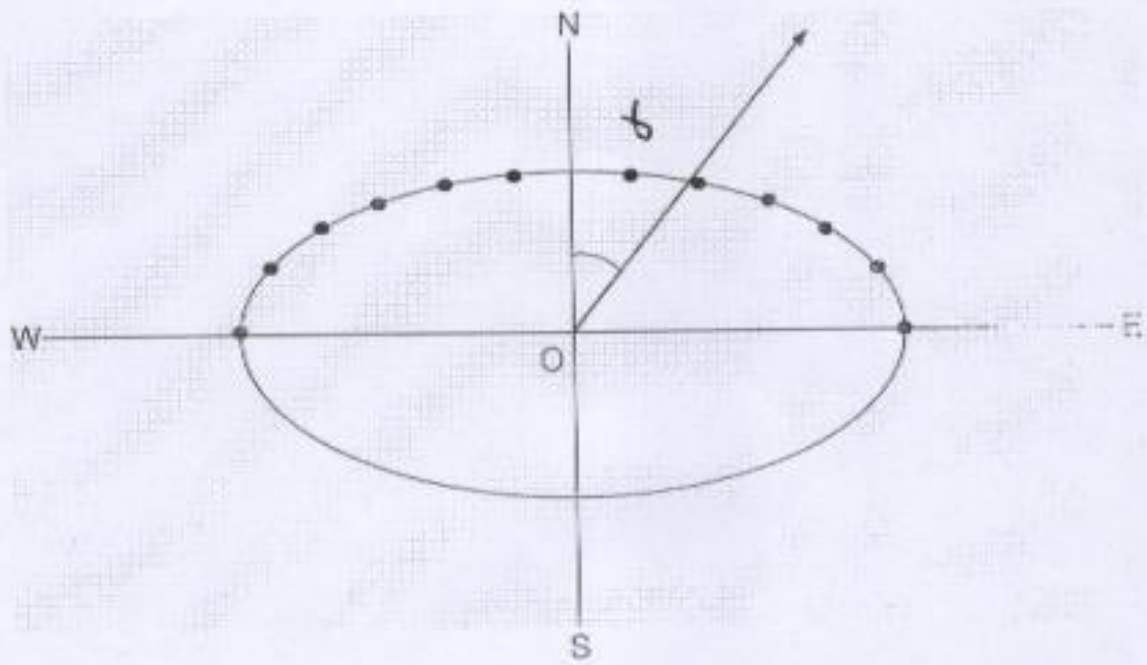
۲۱ ✓ دو دانش‌آموز در روز جمعه ۲۸ تیرماه در شهر تهران با عرض جغرافیایی 36° درجه در دو ارتفاع مختلف از برج میلاد زمان غروب خورشید را اندازه‌گیری می‌کنند. فرض کنید اختلاف ارتفاع دو دانش‌آموز $h = 200 \text{ m}$ و اختلاف زمان‌های اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها $t = 150$ باشد. زمین را کاملاً کروی در نظر بگیرید و شعاع آن را با خطای کمتر از ۵ درصد به دست آورید.

(۳) ناظری بر روی زمین هنگامی که سیاره‌ی زهره در حداکثر کشیدگی خود است به کمک تلسکوپ کوچکی با قطر دهانه‌ی ۵cm و فاصله‌ی کانونی ۵۰cm اختفای مرکزی ستاره‌ای دوردست را در پشت این سیاره بررسی می‌کند. برای این کار ناظر به تلسکوپ خود نورسنجی متصل کرده است و می‌خواهد تغییرات نور ستاره را از لحظه‌ی شروع اختفا تا پایان آن اندازه‌گیری کند. فاصله‌ی زمانی از لحظه‌ای که نور ستاره در ابتدای اختفا شروع به کاهش می‌کند تا موقعی که نور ستاره در پایان اختفا به مقدار نورش پیش از اختفا می‌رسد چقدر است؟ از دوران زمین و اثرات جوی صرف نظر کنید.

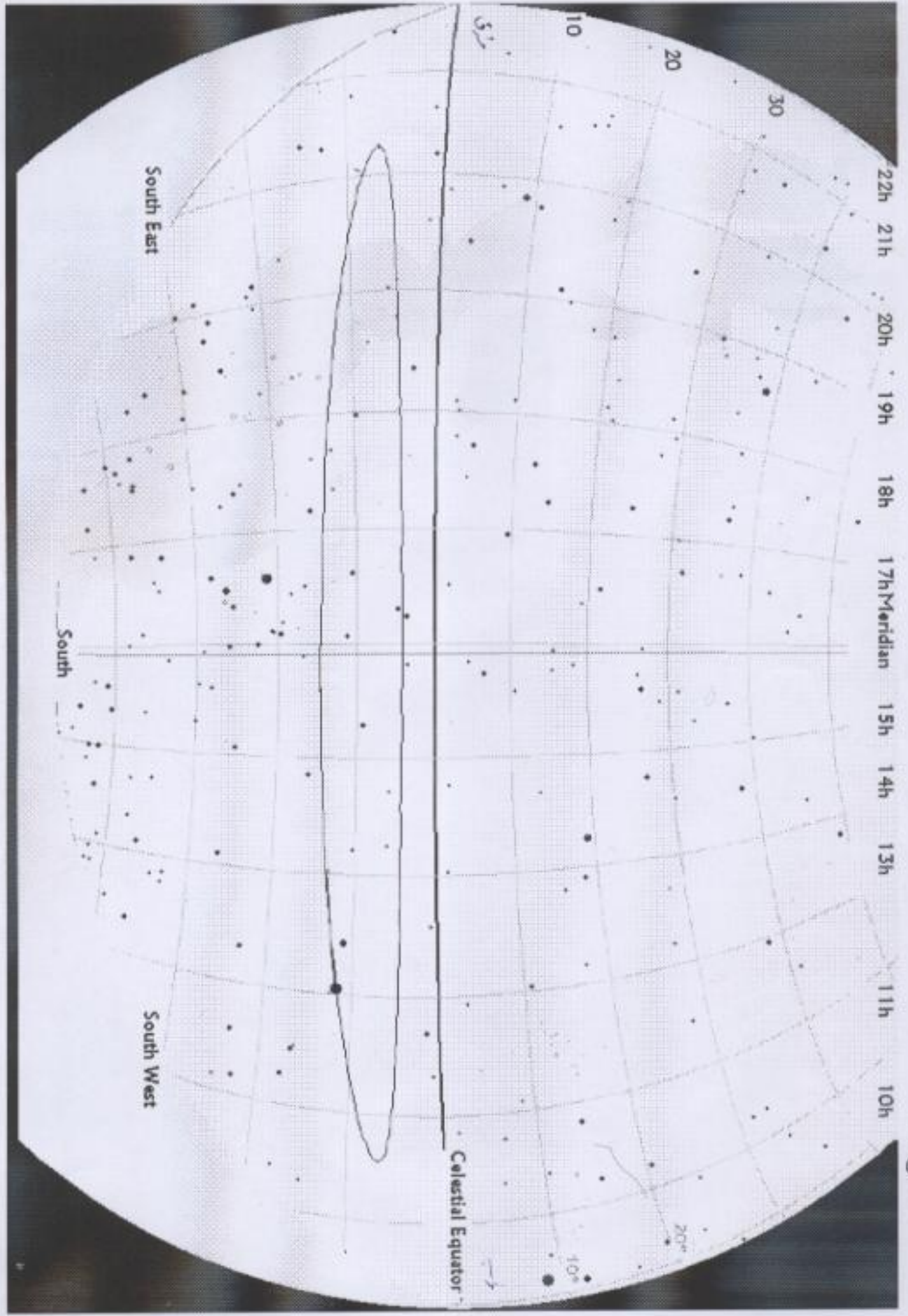
$$R_V = 6050 \text{ km} \quad (\text{شعاع سیاره زهره})$$

(۴) قطر ظاهری یک کهکشان بیضوی ۳ دقیقه‌ی قوس است. اگر پهناي خط جذبی $H\alpha$ که از این کهکشان دریافت شده است ۳Å و طول موج آن ۴۸۶۱Å باشد، جرم کهکشان چقدر خواهد بود؟ طول موج خط جذبی $H\alpha$ در روی زمین ۴۸۶۱Å و ثابت هابل $H = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ است.

(۵) در شکل (۲) مسیر ظاهری ماهواره‌ای A-توابی را از دید ناظری در عرض جغرافیایی $42^\circ N$ و طول جغرافیایی $14^\circ W$ می‌بینید. دوره‌ی تناوب، خروج از مرکز و نیم‌قطر بزرگ مدار این ماهواره را به طور مستقل و با استفاده از شکل و بدون استفاده از قوانین کپلر محاسبه کنید.



شکل ۱



R. J. O.

امتحان نهایی تحلیل داده‌ها

گروه سنی ۱۵ تا ۱۷ سال

۱) دو جرم نجومی با جرم‌های یکسان m ، تحت تأثیر نیروی گرانش خود به دور یکدیگر می‌گردند. به طوری که در یک زمان معین t بردارهای مکان و سرعت آن دو به صورت زیر است

$$\vec{r}_1^* = -\sqrt{2}\hat{i} + 5\sqrt{2}\hat{j} + 2\sqrt{2}\hat{k}$$

$$\vec{v}_1^* = -\frac{3\sqrt{6}}{8}\hat{i} - \frac{\sqrt{6}}{8}\hat{j} + \frac{1}{4}\hat{k}$$

$$\vec{r}_2^* = \sqrt{2}\hat{i} - 5\sqrt{2}\hat{j} - 2\sqrt{2}\hat{k}$$

$$\vec{v}_2^* = \frac{3\sqrt{6}}{8}\hat{i} + \frac{\sqrt{6}}{8}\hat{j} - \frac{1}{4}\hat{k}$$

که در آن \vec{r}_1^* ، \vec{r}_2^* و \vec{v}_1^* و \vec{v}_2^* به ترتیب بردارهای مکان و سرعت جرم‌های ۱ و ۲ در زمان t است. اگر m به گونه‌ای باشد که $GM = 12$ ، تمامی پارامترهای مداری: یعنی e ، Ω ، i ، M_1 و M_2 را برای مدار این دو ذره حساب کنید. توجه کنید که M_1 و M_2 به ترتیب ابراهای متوسط جرم‌های ۱ و ۲ در زمان t هستند.

تصحیح سوال :

$$GM=24$$